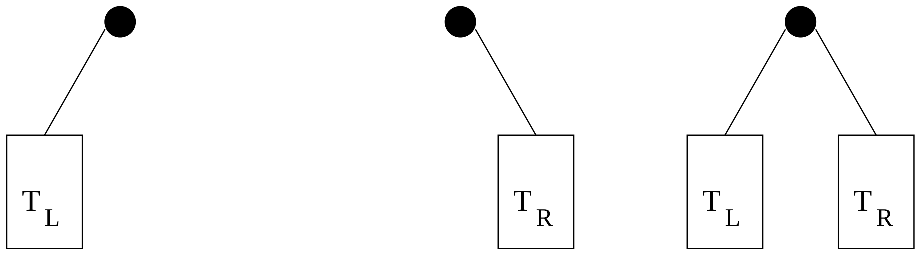
## Домашнее задание №2.

Срок сдачи: 28/02/2000.

1. *Бинарное дерево* можно описать индуктивно следующим способом:

   (0) Граф, состоящий из единственной вершины, является бинарным деревом.

   (1) Дерево может состоять из корня и не более чем двух поддеревьев, *левого* и *правого*. Причем дерево, содержащее только левое поддерево, не считается равным дереву, содержащему только правое поддерево, даже если эти поддеревья равны.

   (a) (b) (c)

   Каково число деревьев с $n$ вершинами?

2. Можно ли в алгоритме Matrix-Chain-Multiply обоитись без матрицы $s$? Как изменится алгоритм?

3. (*Задача о рюкзаке*). Вор забрался в магазин. У вора есть рюкзак, вместимостью не более чем $W$ килограмм, и у него есть выбор из $n$ предметов, вес каждого из которых равен $w_i$, а стоимость — $v_i$ ($1 \leqslant i \leqslant n$). Вор не может унести предметы с весом, большим чем вместимость рюкзака, и не может взять часть предмета. Какие предметы должен забрать вор, чтобы максимизировать стоимость предметов в рюкзаке $V$?

   Напишите алгоритм динамического программирования для решения задачи о рюкзаке. Оцените его временную сложность. Является ли Ваш алгоритм алгоритмом полиномиальной сложности?

   **Указания:** пространство подзадач состоит из всех задач вида $V(k, w)$ нахождения оптимальной загрузки рюкзака предметами из множества первых $k$, с общим максимальным весом не более чем $w$.

4. В стране Лимонии ходят в обращении монеты достоинством 1, 5 и 6 тугриков. Напишите алгоритм, который выдает любую сумму денег минимальным количеством монет.

5. `http://cmc.cs.msu.su/contest/problems/1998-1/b/`